

بسم الله الرحمن الرحيم

کلاس نکته و تست
نظریه زبان ها و ماشین ها

ابوالفضل گیلک

جلسه نهم – فصل پنجم
تست های 1 الی 12
زبان های مستقل از متن

حل تست های 15 سال اخیر

ارشد – دکتری

مهندسی کامپیوتر – علوم کامپیوتر

فصل 5

زبان‌های مستقل از متن

تست‌های 1 الی 12

(مهندسی کامپیوتر - 1404)

1- در خصوص گرامر مستقل از متن زیر، کدام مورد درست است؟

$$S \rightarrow A0 \mid S1 \mid 1$$

$$A \rightarrow 1S \mid 1A \mid 0$$

(1) گرامر در تولید رشته 1111 ابهام دارد.

(2) گرامر در تولید رشته 1101 ابهام دارد.

(3) گرامر در تولید رشته 1110 ابهام دارد.

(4) این گرامر مبهم نیست.

2- الفبای $A = \{a, b\}$ را در نظر بگیرید. زبان L شامل تمامی عبارات منظمی است که از الفبای A قابل ساخت هستند. کدام

(مهندسی کامپیوتر - 99)

گزینه صحیح است؟

(2) زبان L هم منظم و هم مستقل از متن است.(1) زبان L منظم و مستقل از متن است.(4) زبان L مستقل از متن است اما منظم نیست.(3) زبان L منظم است اما مستقل از متن نیست.

3- گرامر زیر را در نظر بگیرید:

$$G : A \rightarrow DAD \mid B$$

$$B \rightarrow 0C1 \mid 1C0$$

$$C \rightarrow DCD \mid D \mid \varepsilon$$

$$D \rightarrow 0 \mid 1$$

(مهندسی کامپیوتر - 99)

زبانی که گرامر فوق تولید می‌کند، کدام است؟

$$L(G) = \{\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*, \omega \neq \omega^R\} \quad (2)$$

$$L(G) = \{\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*, \omega = \omega^R\} \quad (1)$$

$$L(G) = \{\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*, \omega \neq \varphi.\varphi^R\} \quad (4)$$

$$L(G) = \{\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*, \omega = \varphi.\varphi^R\} \quad (3)$$

(مهندسی کامپیوتر - 97)

4- زبان گرامر مستقل از متن زیر کدام است؟

$$G : S \rightarrow aB \mid bA$$

$$A \rightarrow a \mid aS \mid bAA$$

$$B \rightarrow b \mid bS \mid aBB$$

(1) شامل تمام رشته‌هایی که دارای تعداد a ها و b های برابر هستند.(2) شامل تمام رشته‌هایی که دارای تعداد a های زوج و تعداد b های فرد هستند.(3) شامل تمام رشته‌هایی که دارای تعداد a های فرد و تعداد b های زوج هستند.(4) شامل تمام رشته‌هایی که دارای تعداد a های زوج و تعداد b های زوج هستند.

(مهندسی کامپیوتر - 94)

5- کدام زبان ذاتاً مبهم است؟

$$L = \{a^n b^{2n} c : n \geq 0\} \cup \{a^{2n} b^n d : n \geq 0\} \quad (1)$$

$$L = \{a^n b^m c^p : n \neq m\} \cup \{a^n b^m c^p : m \neq p\} \quad (2)$$

$$L = \{a^n b a^{2n} : n \geq 0\} \cup \{a^{2n} b a^n : n \geq 0\} \quad (3)$$

$$L = \{w : w \in \{a,b\}^* \text{ را ندارد} \mid w \text{ زیررشته } abab \text{ را ندارد}\} \cup \{w : w \in \{a,b\}^* \text{ را ندارد} \mid w \text{ زیررشته } baba \text{ را ندارد}\} \quad (4)$$

6- فرض کنید زبان گرامر $G = (\{a, b\}, V, S, P)$ برابر با تمام رشته‌هایی از $\{a, b\}^*$ باشد که تعداد حروف a و b آن‌ها برابر است.گرامر $G' = (\{a, b\}, V \cup \{S', A\}, P \cup P')$ برای زبان تمام رشته‌هایی که تعداد حروف a از b بیشتر باشد را در نظر بگیرید که

(علوم کامپیوتر - 95)

 $A \notin V$. کدام گزینه در مورد قواعد P' صحیح است؟

$$P' = \{S' \rightarrow SAS \mid SS' \mid \lambda, A \rightarrow aA \mid a\} \quad (2)$$

$$P' = \{S' \rightarrow AS'A \mid SS' \mid \lambda, A \rightarrow aA \mid a\} \quad (1)$$

$$P' = \{S' \rightarrow SAS' \mid \lambda, A \rightarrow aA \mid a\} \quad (4)$$

$$P' = \{S' \rightarrow ASS' \mid SS'A \mid \lambda, A \rightarrow aA \mid a\} \quad (3)$$

(مهندسی کامپیوتر - 93)

7- کدام گزینه در مورد گرامرهای G_1 و G_2 صحیح است؟

$$G_1 : S \rightarrow SS \mid (S) \mid \lambda$$

$$G_2 : S \rightarrow (S)S \mid \lambda$$

(2) G_1 مبهم و G_2 غیرمبهم ولی با هم معادلند.

(4) G_1 مبهم و G_2 غیرمبهم هستند و معادل نیستند.

(1) هر دو G_1 و G_2 مبهم و با هم معادلند.

(3) هر دو G_1 و G_2 مبهم‌اند ولی معادل نیستند.

(علوم کامپیوتر - 93)

8- کدام یک از گرامرهای داده شده زبان $L = \{0^i 1^j 0^k : j > i + k\}$ را توصیف می‌کند؟

$$(1) S \rightarrow ABC, A \rightarrow 0A1 \mid \lambda, B \rightarrow 1B \mid 1, C \rightarrow 0A1 \mid \lambda \quad (2) S \rightarrow ABC, A \rightarrow 0A1 \mid \lambda, B \rightarrow 1B0 \mid \lambda, C \rightarrow 1C \mid 1$$

$$(3) S \rightarrow ABC, A \rightarrow 1A \mid 1, B \rightarrow 0B1 \mid \lambda, C \rightarrow 1C0 \mid \lambda \quad (4) S \rightarrow ABC, A \rightarrow 0A1 \mid \lambda, B \rightarrow 1B \mid 1, C \rightarrow 1C0 \mid \lambda$$

(علوم کامپیوتر - 93)

9- گرامر زیر کدام یک از زبان‌های داده شده را توصیف می‌کند؟

$$G : \begin{cases} S \rightarrow aSb \mid bY \mid Ya \\ Y \rightarrow bY \mid aY \mid \lambda \end{cases}$$

$$(1) \{a^n b^m : n \neq m\}$$

$$(2) \{a, b\}^* - \{a^n b^n : n \geq 0\}$$

$$(3) \{a^m b^n : m, n > 0\} \cup \{b^n a^m : m, n > 0\}$$

$$(4) \{a^n b^m : n \neq m\} \cup \{b^n a^m : n, m > 0\}$$

(علوم کامپیوتر - 92)

10- گرامر زیر با متغیر آغازین S ، متغیرهای $\{S, X, Y\}$ و با حروف الفبای a, b, c را در نظر بگیرید.

$$S \rightarrow XX \mid Y$$

$$X \rightarrow aXc \mid aYc$$

$$Y \rightarrow Yb \mid \lambda$$

$$(1) \lambda \in L(G) \quad (2) aabbbccbb \in L(G) \quad (3) aabbbccac \in L(G) \quad (4) \text{گزینه‌های (1) و (3)}$$

(مهندسی کامپیوتر - 90)

11- در گرامر مستقل از متن G هیچ سمبل غیرپایانی A وجود ندارد به طوری که $A \Rightarrow^+ UAV$ کدام گزینه صحیح است؟

(1) زبان معادل آن منظم نیست.

(2) یک زبان منظم را معرفی می‌کند.

(3) زبان معادل آن بی‌پایان و نامنظم است.

(4) زبان معادل آن بی‌پایان ولی منظم است.

12- گرامر G و رشته‌های w_1 و w_2 به شرح زیر مفروض‌اند:

$$S \rightarrow acBdeA \mid BAB$$

$$B \rightarrow aSb \mid ac \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow aAb \mid b \mid \varepsilon$$

$$w_1 = acaacabbdebdeb$$

$$w_2 = acaacaacebdebbdeabb$$

(مهندسی کامپیوتر - 90)

کدام گزینه صحیح است؟

$$(2) w_1 \notin L(G), w_2 \in L(G)$$

$$(4) w_1 \notin L(G), w_2 \notin L(G)$$

$$(1) w_1 \in L(G), w_2 \in L(G)$$

$$(3) w_1 \in L(G), w_2 \notin L(G)$$

پاسخ‌ها

فصل 5: زبان‌های مستقل از متن

تست‌های 1 الی 12

1- گزینه (3) صحیح است.

قاعده $S \rightarrow A0$ در تولید 1111 به کاربرد نمی‌رود. پس، تنها راه تولید آن 3 بار استفاده از $S \rightarrow Sl$ و سپس $S \rightarrow l$ است.
 $S \rightarrow Sl \rightarrow Sl1 \rightarrow Sl11 \rightarrow 1111$

برای تولید 1101 شود نیز فقط یک راه وجود دارد:

$$S \rightarrow Sl \rightarrow A01 \rightarrow lS01 \rightarrow 1101$$

اما برای 1110 دو مسیر تولید وجود دارد:

$$S \rightarrow A0 \rightarrow lA0 \rightarrow lIS0 \rightarrow 1110$$

$$S \rightarrow A0 \rightarrow lS0 \rightarrow lSl0 \rightarrow 1110$$

2- گزینه (4) صحیح است.

گرامر مستقل از متنی داریم که همه عبارات منظم با الفبای $\{a, b\}$ را تولید می‌کند:

$$G: S \rightarrow S+S | SS | S^* | (S) | a | b | \emptyset | \lambda$$

مجموعه همه عبارات منظم، مستقل از متن است. اما این مجموعه منظم نیست زیرا در عبارات منظم شرایطی وجود دارد مانند این که تعداد پرانتزهای باز باید با تعداد پرانتزهای بسته برابر باشد. پس ماشین متناهی توان پذیرش این زبان را ندارد.

3- گزینه (2) صحیح است.

با قاعده بازگشتی $A \rightarrow DAD$ ، به شبه‌رشته $D^n A D^n$ می‌رسیم. با $A \rightarrow B$ به شبه‌رشته $D^n B D^n$ می‌رسیم. در این مرحله یکی از قواعد $B \rightarrow 0C1 | 1C0$ استفاده می‌شود و این اطمینان را می‌دهد که دو الفبای مخالف هم در دو مکان قرینه درج شده باشند مثلاً شبه رشته $D^n 0 C 1 D^n$ به دست می‌آید. در ادامه $C \rightarrow DCD | D | \varepsilon$ و $D \rightarrow 0 | 1$ باعث می‌شود متغیر C به هر رشته دلخواهی از $(0+1)^*$ تبدیل شود. هم با طول زوج و هم با طول فرد. D^n ها هم به رشته دلخواه به طول n تبدیل می‌شوند. پس $L(G)$ مجموعه همه رشته‌های غیرآینه‌ای است. گزینه‌های 3 و 4 ایراد تایپی نیز دارند و منظور از φ در آنها معلوم نیست.

4- گزینه (1) صحیح است.

گرامر G تمامی رشته‌های ناتهی را که در آنها تعداد a ها و b ها برابر باشد تولید می‌کند.

$$L(G) = \{w \in \{a, b\}^+ : n_a(w) = n_b(w)\}$$

با کمی اغماض می‌توان گزینه 1 را به عنوان جواب پذیرفت.

یادآوری: زبان $L = \{w \in \{a, b\}^* : n_a(w) = n_b(w)\}$ نمونه معروفی از زبان‌های مستقل از متن است. برخی از گرامرهای مولد این زبان را می‌شناسیم: G_3 غیر مبهم است و سایر گرامرها مبهم هستند. البته همه با هم معادلند.

$$G_1: S \rightarrow aSb | bSa | SS | \lambda$$

$$G_2: S \rightarrow aB | bA | \lambda$$

$$A \rightarrow a | aS | bAA$$

$$B \rightarrow b | bS | aBB$$

$$G_3: S \rightarrow aBS | bAS | \lambda$$

$$A \rightarrow a | bAA$$

$$B \rightarrow b | aBB$$

5- گزینه (2) صحیح است.

گزینه 1 اجتماع دو زبان غیرمبهم است که اشتراک آنها متناهی است (در این نمونه اشتراک تهی است) پس گرامر غیرمبهم دارد:

$$\begin{aligned} G : S &\rightarrow S_1 d \mid S_2 c \\ S_1 &\rightarrow aaS_1 b \mid \lambda \\ S_2 &\rightarrow aS_2 bb \mid \lambda \end{aligned}$$

گزینه 3 اجتماع دو زبان غیرمبهم است که اشتراک آنها متناهی است (اشتراک $\{b\}$ است. برای این رشته مسیر جداگانه ای برای تولید می‌سازیم) پس گرامر غیرمبهم دارد:

$$\begin{aligned} G : S &\rightarrow S_1 \mid S_2 \mid b \\ S_1 &\rightarrow aS_1 aa \mid abaa \\ S_2 &\rightarrow aaS_2 a \mid aaba \end{aligned}$$

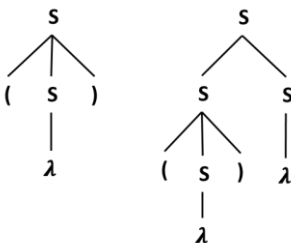
گزینه 4 منظم است و منظم‌ها غیرمبهم هستند. اما گزینه ۲ ذلتاً مبهم است. حتی اگر برای هرکدام از دو مجموعه آن گرامر غیرمبهم بنویسیم، بی‌نهایت رشته در اشتراک آنها وجود دارد که باعث ابهام گرامر می‌شوند. یادآوری: زبان $L = \{a^n b^m c^p : n = m\} \cup \{a^n b^m c^p : m = p\}$ نیز ذاتاً مبهم است.

6- گزینه صحیح وجود ندارد.

گرامر G تولید کننده همه رشته‌های با ویژگی $n_a(w) = n_b(w)$ است. قرار است گرامر G' با اضافه کردن متغیرهای جدید S' و A و قواعد تولید آنها به G به دست آید و تولید کننده همه رشته‌ها با ویژگی $n_a(w) > n_b(w)$ باشد. دقت کنید رشته λ نباید توسط G' تولید شود اما همه گزینه‌ها رشته λ را تولید می‌کنند. پس گزینه صحیح وجود ندارد.

7- گزینه (2) صحیح است.

هر دو گرامر معادلند و رشته‌های خوش ساخت با پرانتزها را تولید می‌کنند. اما G_1 مبهم و G_2 غیرمبهم است. دو درخت اشتقاق برای تولید $()$ توسط G_1 را مشاهده می‌کنید.



8- گزینه (4) صحیح است.

گزینه‌ها با قاعده $S \rightarrow ABC$ شروع شده‌اند پس قرار است $L = \{0^i 1^j 0^k : j > i + k\}$ را به صورت الحاق سه زبان بیان کنیم. $j > i + k$ پس $j = i + k + p$ که $p \geq 1$.

$$w = 0^i 1^j 0^k = 0^i 1^{i+k+p} 0^k = \underbrace{0^i 1^i}_A \underbrace{1^p}_B \underbrace{1^k 0^k}_C$$

پس گرامر مورد نظر این است:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABC \\ A &\rightarrow 0A1 \mid \lambda \\ B &\rightarrow 1B1 \mid 1 \\ C &\rightarrow 1C0 \mid \lambda \end{aligned}$$

9- گزینه (2) صحیح است.

این گرامر تمام رشته‌های $\{a, b\}^*$ به جز آنهایی که به فرم $a^n b^n$ هستند را تولید می‌کند. پس گزینه 2 درست است.
توجه: زبان تولید شده توسط این گرامر که مکمل زبان $\{a^n b^n : n \geq 0\}$ است را به اشکال زیر می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} L(G) &= \overline{\{a^n b^n \mid n \geq 0\}} \\ &= \{a, b\}^* - \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \\ &= \{a^n b^m : n \neq m\} \cup \overline{L(a^* b^*)} \\ &= \{a^n b^m : n \neq m\} \cup L((a+b)^* b a (a+b)^*) \end{aligned}$$

10- گزینه (4) صحیح است.

Y به b^k تبدیل می‌شود ($k \geq 0$). X به $a^{n+1} b^k c^{n+1}$ تبدیل می‌شود ($n, k \geq 0$). پس با شروع از S در نهایت دو نوع رشته داریم:
رشته‌های b^k و رشته‌هایی که از الحاق دو X به دست آیند: $a^{n+1} b^k c^{n+1} . a^{m+1} b^k c^{m+1}$.
رشته λ و $a^2 b^3 c^2 . a^1 \lambda c^1$. (گزینه 1 و 3)
 $a^2 b^3 c^2 . b^2$ عضو زبان نیست. (گزینه 2)

11- گزینه (2) صحیح است.

در گرامر G متغیر بازگشتی مستقیم یا غیرمستقیم وجود ندارد؛ پس $L(G)$ متناهی است. هر زبان متناهی، منظم است.

12- گزینه (3) صحیح است.

$$w_1 \in L(G) :$$

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow ac B de A \Rightarrow aca Sb de A \Rightarrow acaac B de A b de A \Rightarrow acaaca Sb de A b de A \Rightarrow \\ &acaaca BAB b de A b de A \Rightarrow acaaca AB b de A b de A \Rightarrow acaacab B b de A b de A \Rightarrow \\ &acaacabb de A b de A \Rightarrow acaacabb de A b deb \Rightarrow acaacabb deb deb = w_1 \end{aligned}$$

$w_2 \notin L(G)$: دو حرف e مجاور دارد. این گرامر نمی‌تواند چنین رشته‌هایی تولید کند.

پيروز و سربلند باشيد.

پايان جلسه نهم نکته و تست